



Институт за  
**ИИМ**  
математика

# СЕДМИ СЕМИНАР „МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНИ“ КНИГА СО АПСТРАКТИ

15 март 2024, Скопје



УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“, СКОПЈЕ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ  
ИНСТИТУТ ЗА МАТЕМАТИКА

# КНИГА СО АПСТРАКТИ

СЕДМИ СЕМИНАР  
„МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНИ“

15 март 2024 година

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје  
Природно-математички факултет  
Институт за математика

Главен координатор на Семинарот:  
Проф. д-р Ирена Стојковска

Координатор на Семинарот:  
Проф. д-р Весна Целакоска-Јорданова

Уредник на книгата со апстракти:  
Проф. д-р Весна Целакоска-Јорданова

Интернет страница на семинарот „Математика и примени“:  
<http://im-pmf.weebly.com/seminar-matematika-i-primeni.html>



## ПРЕДГОВОР

---

Со гордост ја презентираме оваа книга со апстракти од Седмиот семинар „Математика и примени“ којшто традиционално се организира на Институтот за математика при Природно-математичкиот факултет во Скопје од 2016 година. Семинарот претставува одлична можност за студентите од сите циклуси студии на универзитетите во нашата земја да презентираат разновиден интересен материјал на теми од математика и нејзината примена со кои се сретнале во текот на студирањето. Тоа е можност за нови другарства, но и за повторни средби со колеги што се наши долгогодишни поддржувачи.

Оваа книга натаму ќе претставува основа за публикување зборник на научно-популарни трудови во рамки на едицијата „Математички омнибус“ и затоа ги покануваме сите предавачи да поднесат труд во предвидениот рок.

Од Координаторите на Семинарот



**СЕДМИ СЕМИНАР „МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНИ“**  
**ИНСТИТУТ ЗА МАТЕМАТИКА,**  
**ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ, СКОПЈЕ**  
**15 МАРТ 2024 ГОДИНА**

15 март 2024 (петок)		
НАУЧНО-ПОПУЛАРНИ ПРЕДАВАЊА (Математички амфитеатар)		
8:15–8:45	Регистрација на предавачите	
8:45–9:00	Отворање на семинарот Обраќање на проф. д-р Весна Целакоска-Јорданова, раководител на ИМ Обраќање на проф. д-р Даворин Трпески, декан на ПМФ	
Време	Предавач	Предавање
<b>Водител на секцијата: Весна Целакоска-Јорданова</b>		
9:00–9:20	Ирена Стојковска, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>СВЕТОТ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАГАТКИ</b>
9:20–9:40	Ерблина Зеќири, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>РОБУСТНА РЕГРЕСИЈА</b>
9:40–10:00	Филип Николовски, МФ, Скопје	<b>ОПТИМИЗАЦИЈА НА ФУНКЦИИ ОД ЕДНА ПРОМЕНЛИВА СО МЕТОД НА ЗЛАТЕН ПРЕСЕК</b>
10:00–10:20	Никола Ристевски, Филозофски факултет, Скопје	<b>ФИЛОЗОФСКИТЕ ШКОЛИ ЗА МАТЕМАТИКАТА</b>
10:20–10:40	Стево Ѓорѓиев, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>НЕКОИ ПРОБЛЕМИ ОД ТЕОРИЈАТА НА ВЕРОЈАТНОСТ</b>
10:40–11:00	<b>МАЛА ПАУЗА</b>	
<b>Водител на секцијата: Стево Ѓорѓиев</b>		
11:00–11:20	Стојан Манолев, СОУ „Гоце Делчев“, Валандово	<b>ЗА КОНУСНИТЕ ПРЕСЕЦИ И НИВНАТА ПРИМЕНА</b>
11:20–11:40	Виолета Цветкоска, Бојан Китановиќ, Иван Тренчев, Петар Јанев, Симона Митрева, Дарко Илиевски, Марина Наумоска, Економски факултет, Скопје	<b>КАКО ДО ОПТИМИЗАЦИЈА И ИНТЕГРАЦИЈА НА СОЛАРНА ЕНЕРГИЈА: АНАЛИЗА ПРЕКУ СИМУЛАЦИЈА И АНАЛИТИЧКИ ХИЕРАРХИСКИ ПРОЦЕС</b>
11:40–12:00	Катерина Трајковска, ОУ „Св. Климент Охридски“, Битола	<b>ВРСКА ПОМЕЃУ ДАЈСОНОВОТО ОБОПШТУВАЊЕ И ДИКСОНОВИОТ ИДЕНТИТЕТ</b>
12:00–12:20	Моника Симова, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>ХИЕРАРХИСКО КЛАСТЕРИРАЊЕ И НЕГОВА ПРИМЕНА ВО ИСТРАЖУВАЊЕ ЗА ЗАИНТЕРЕСИРАНОСТА НА СРЕДНОШКОЛЦИТЕ ЗА НАУКА</b>
12:20–12:40	Ива Лазова, Весна Целакоска – Јорданова, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>ВРСКА МЕЃУ СОПСТВЕНИТЕ ВРЕДНОСТИ И ТРАГАТА НА МАТРИЦАТА НА ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ</b>

12:40–13:20	<b>ГОЛЕМА ПАУЗА</b>	
<b>Водител на секцијата: Ирена Стојковска</b>		
13:20–13:40	Стефан Мирчевски, Европски универзитет, Скопје Верица Бакева, ФИНКИ, Скопје	<b>СПОРЕДБА НА ПЕРФОРМАНСИТЕ НА СИСТЕМИ ЗА МАСОВНО ОПСЛУЖУВАЊЕ ОД ТИПОТ <math>M / E_2 / 1</math> И <math>M / Hur_2 / 1</math></b>
13:40–14:00	Невена Серафимова, Воена академија, Скопје	<b>ШЕМИ И ИГРИ ЗА ПОДЕЛБА НА ТАЈНА</b>
14:00–14:20	Огнен Пендаровски, Катерина Хаџи-Велкова Санева, ФЕИТ, Скопје	<b>СИМПСОНОВИОТ ПАРАДОКС И НЕГОВОТО ЗНАЧЕЊЕ</b>
14:20–14:40	Зехра Ебиби, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>МОДИФИКАЦИЈА НА ЗАГАТКАТА ХАНОЈСКА КУЛА</b>
14:40–15:00	Ана Софронијевска, Даниела Стојческа, Катерина Хаџи-Велкова Санева, ФЕИТ, Скопје	<b>ЕВОЛУЦИЈА НА РАЗБИРАЊЕТО НА КОНЦЕПТОТ ЗА БЕСКОНЕЧНОСТ</b>
15:00–15:20	<b>МАЛА ПАУЗА</b>	
<b>Водител на секцијата: Невена Серафимова</b>		
15:20–15:40	Дафина Шекутковска	<b>ПРЕДИКЦИЈА НА УРАГАНИ ПРЕКУ НОВ НАЧИН НА АНАЛИЗА НА ТРАЕКТОРИЈАТА И СИМУЛАЦИЈА СО ПОДАТОЦИ ВО РЕАЛНО ВРЕМЕ СО PYTHON</b>
15:40–16:00	Гордана Николовска, Меѓународни училишта НОВА, Скопје	<b>ДИНАМИЧКИ ПРОЦЕС НА ГРАФ - СТРЕЛБА СО ЖЕТОНИ</b>
16:00–16:20	Илија Јовчески, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА ТОРУСИ СО ПОВЕЌЕ ДУПКИ КАКО ПОВРШНИ СО КОНСТАНТНА НЕГАТИВНА ГАУСОВА КРИВНА</b>
16:20–16:40	Христина Митреска, ИМ, ПМФ, Скопје	<b>ПОБЕДНИЧКА СТРАТЕГИЈА ВО ПОВЕЌЕДИМЕНЗИОНАЛНА ИКС-ТОЧКА</b>
16:40–16:45	<b>Затворање на семинарот</b>	

<http://im-pmf.weebly.com/seminar-matematika-i-primeni.html>





## НЕКОИ ПРОБЛЕМИ ОД ТЕОРИЈАТА НА ВЕРОЈАТНОСТ

---

Стево Ѓорѓиев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: [stevogjorgiev@gmail.com](mailto:stevogjorgiev@gmail.com)

Низ примери ќе се обидеме да ја прикажеме примената на математиката во решавање на проблеми од секојдневието и корелацијата помеѓу различните математички области.

Ќе разгледаме некои проблеми од теоријата на веројатност и примена на различни техники на решавање. Ќе направиме историски осврт на проблемите и техниките кои се користат, како и на некои познати резултати од други области на математиката, како анализата, алгебрата и геометријата кои се користат во решавање на овие проблеми.

## МОДИФИКАЦИЈА НА ЗАГАТКАТА ХАНОЈСКА КУЛА

---

Зехра Ебиби <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: zehra\_e@outlook.com

Ханојската кула е математичка загатка или игра од областа на рекреативната математика. Загатката ја измислил францускиот математичар Едуард Лукас во 1883 година.

Во овој труд ќе ја разгледаме модификацијата на загатката Ханјоска кула, наречена култата на Бронхо. Се воведуваат нови правила за поместување (движење) на дисковите низ стапчињата, што доведува до промена на традиционалните стратегии за решавање на загатката.

Ќе видиме како овие сменети правила за движење на дисковите придонесуваат кон комплексноста на загатката. Имено, се истражуваат начини како да се одреди горната граница на минималниот број потези за да ја решиме модифицираната верзија на Ханојската кула.

## РОБУСТНА РЕГРЕСИЈА

---

м-р Ерблина Зеќири<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: erblina\_zeqiri@hotmail.com

Регресијата е статистички метод кој ја одредува врската помеѓу зависните и една или повеќе независни променливи. Вообичаениот метод на најмали квадрати (OLS) е еден од најчестите методи за оценување на параметрите на моделите на линеарна регресија. Но, со текот на времето праксата покажува дека тој метод е многу чувствителен на податоци кои значително отстапуваат од останатите, така наречени аутлајери (outlier).

Робустната регресија е токму тој вид на регресија што е отпорна (робустна) на аутлајери. Питер Ј. Хубер, швајцарски математичар кој објавил различни дела и написи на тема робустност, се смета за татко на робустната статистика.

Главната цел на робустноста во оценувањето на модели на регресија е да се најде робустен регресивен метод во случаи кога множеството со податоци не исполнува една или повеќе од претпоставките на методот на најмали квадрати. Една од најважните претпоставки е претпоставката за нормалност на грешката во обичната регресија која може да не биде исполнета ако во податоците постојат аутлајери.

Во овој труд се презентирани основните својства на робустната регресија, воведени се две мерки на робустност – точка на расипување (breakdown) и функција на влијание (influence). Опишани се некои робустни методи како што се Хубер методот и направена е споредба со методот на најмали квадрати.

## КАКО ДО ОПТИМИЗАЦИЈА И ИНТЕГРАЦИЈА НА СОЛАРНА ЕНЕРГИЈА: АНАЛИЗА ПРЕКУ СИМУЛАЦИЈА И АНАЛИТИЧКИ ХИЕРАРХИСКИ ПРОЦЕС

---

д-р Виолеџа Цветџоска<sup>1</sup>, м-р Бојан Китановиќ<sup>1</sup>, Иван Тренчев<sup>1</sup>, Петар Јанев<sup>1</sup>,  
Симона Митрева<sup>1</sup>, Дарко Илиевски<sup>1</sup>, Марина Наумоска<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Економски факултет  
e-mail: [vcvetkoska@eccf.ukim.edu.mk](mailto:vcvetkoska@eccf.ukim.edu.mk), [bojan.kitanovikj@eccf.ukim.edu.mk](mailto:bojan.kitanovikj@eccf.ukim.edu.mk),  
[trencev46@gmail.com](mailto:trencev46@gmail.com), [petarjanev18@gmail.com](mailto:petarjanev18@gmail.com), [mitreva.simona@yahoo.com](mailto:mitreva.simona@yahoo.com),  
[darkoilievski111@gmail.com](mailto:darkoilievski111@gmail.com)

Заштитата на животната средина и унапредувањето на одржливиот развој стануваат нов императив во сите пори на деловното работење. Стремежот за достапна и чиста електрична енергија како еден ваков аспект кој е опфатен со седмата Цел за одржлив развој добива ново значење по новите случувања предизвикани и од светската енергетска криза. Оттука, изборот за најсоодветна иницијатива за обезбедување чиста енергија претставува една од главните теми на интерес на агендата на менаџментот кај бројни компании.

За да го адресираме тоа, целта на овој труд е да се истражат најповолните алтернативи за оптимизација и интеграција на соларна енергија во деловното работење преку користење на таканаречени фарми за соларни панели. Од методолошки аспект, за целите на истражувањето користени се метод за симулација преку софтверот PVSyst како и метод на аналитички хиерархиски процес.

Резултатите од истражувањето го нагласуваат потенцијалот за подобрени перформанси доколку се распределат поголеми инвестиции за проектот за соларна фарма. Со помош на методот на симулација се појавува јасна корелација помеѓу инвестициската големина и подобрениот принос на енергија, укажувајќи на неискористен потенцијал за зајакнување на аутпутите од обновливите извори на енергија, при што воочено е дека оптималниот број на инвертери изнесува 33. Дополнително, наодите од аналитичкиот хиерархиски процес нудат рамки за носење одлуки кои се користат за да се проценат и приоритизираат клучните фактори кои влијаат на имплементацијата на фармите за соларни панели. Овој пристап со двоен метод нуди сеопфатно разбирање за изводливоста и потенцијалните придобивки од интеграцијата на сончевата енергија, придонесувајќи за премостување на јазот помеѓу теоријата и практичната имплементација.

Имено, импликациите на овој труд се огледаат во тоа што наодите може да бидат од значајна корист за креаторите на политики и менаџерите од приватниот сектор за нивно вклучување во новите регулаторни решенија како и суштествени стратегии и политики на организациско ниво кои се однесуваат на одржливиот развој.

## ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА ТОРУСИ СО ПОВЕЌЕ ДУПКИ КАКО ПОВРШНИ СО КОНСТАНТНА НЕГАТИВНА ГАУСОВА КРИВИНА.

---

м-р Илија Јовчески<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: [joyceski\\_ilija@yahoo.com](mailto:joyceski_ilija@yahoo.com)

Како што обичниот торус може да се добие со лепење на спротивните страни на квадрат (во иста насока), така и торусите со повеќе дупки можеме да ги добиеме со лепење на две по две страни на  $4n$ -аголник (за торус со  $n$  дупки).

Геометријата на ваквите површини наследена од тридимензионалниот Евклидски простор во кој се вметнати не дава константна кривина. Поточно на секоја од нив постојат точки со Гаусова кривина нула, како и точки со позитивна и точки со негативна кривина.

На торусот со една дупка лесно може да се вовде нова геометрија наследена од квадратот во Евклидската рамнина. Со ваквата геометрија торусот ќе биде рамен, т.е. сите точки ќе имаат Гаусова кривина нула. Слично нешто може да се направи ако во Хиперболична рамнина се одбере  $4n$ -аголник во кој сите агли се прави и се залепат соодветните страни. Со задржување на геометријата од Хиперболичната рамнина на добиената површина (торус со  $n$  дупки) ќе добиеме површина со константна негативна кривина.

Во овој труд ќе ја објасниме постапката на лепење со која се добиваат торусите и ќе ја дефинираме геометријата добиена на овие површини.

## ВРСКА МЕЃУ СОПСТВЕНИТЕ ВРЕДНОСТИ И ТРАГАТА НА МАТРИЦАТА НА ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ

---

*Ива Лазова*<sup>1</sup>, *д-р Весна Целакоска-Јорданова*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

*Природно-математички факултет, Институт за математика*

e-mail: [ivalazova123@gmail.com](mailto:ivalazova123@gmail.com), [celakoska@gmail.com](mailto:celakoska@gmail.com)

Вектор, во геометрија или во физика, претставува објект што има должина, правец и насока. Често се нарекува и насочена отсечка, а се скицира како стрелка. Гледано низ призма на линеарна алгебра, вектор е елемент на векторски простор. Една линеарна трансформација на векторски простор може да ги ротира, растегнува или стеснува векторите на кои се однесува.

Во линеарна алгебра, често е важно да се знае кои вектори остануваат непроменети по насока за дадената линеарна трансформација. Векторите што ја имаат таа особина се нарекуваат сопствени вектори. Сопствените вектори и сопствени вредности на една трансформација служат да ја окарактеризираат неа и според тоа играат важна улога во сите области каде што линеарната алгебра се применува: од геологија, квантна механика, анализа на стабилност, анализа на вибрации, атомски орбити, дијагонализација на матрици, распознавање на лица, итн.

Ако  $A$  е матрицата на дадена линеарна трансформација, тогаш детерминантата на матрицата  $A - \lambda I_n$  (каде што  $I_n$  е единична квадратна  $n \times n$  матрица, а  $\lambda$  неодреден скалар) е нејзиниот карактеристичен полином.

Во овој труд ќе се потрудиме да изведеме формули за карактеристичниот полином изразени само преку трагата на матрицата и нејзините степени што е многу битно од пресметковна гледна точка бидејќи пресметката на вредноста на детерминантите на матриците од повисок степен и нивните минори може да биде многу комплицирано. Ќе се обидеме да ги групираме индексните броеви на елементите од трагите на матрицата  $A$  и нејзините степени да стигнеме до некоја релативно лесно запамтлива формула.

## ЗА КОНУСНИТЕ ПРЕСЕЦИ И НИВНАТА ПРИМЕНА

---

м-р Симојан Манолев <sup>1</sup>

<sup>1</sup> СООУ „Гоце Делчев“, Валандово

e-mail: [manolest@gmail.com](mailto:manolest@gmail.com)

Имајќи ја предвид мојата повеќегодишна пракса како професор по физика во средно образование се одлучив да дадам еден скромн придонес за корелацијата наставни содржини по физика и математика споделувајќи го моето искуство на тој план.

Конусните пресеци, т.е. кривите од втор ред, заземаат во геометријата како и во целата математика видно место. Уште старите Грци веќе пишувале за криви од втор ред. Аполониј од Перга, грчки математичар од 3 век п.н.е во неговиот труд „Коники“ за прв пат зборува за елипса, парабола, хипербола и круг прикажани како пресек на рамнина и конус под одреден агол. Во овој труд се обработуваат аналитичките својства и равенките на секоја од овие криви. Меѓутоа, поважната нивна научна примена се појавила дури во 17. век, кога Јохан Кеплер открил дека планетите се движат по елипси, а Галилео Галилеј докажал дека траекторијата на проектил во движење е парабола.

Како посебни примери би ги спомнал и следните:

- Појавите на хиперболи кај звучните удари при авионските летови. Друга примена на хиперболата може да се најде во градежништвото, поконкретно во изградбата на огромни разладни кули кај нуклеарните центри решавајќи проблеми поврзани со издржлива структура којашто користи што е можно помалку материјал;

- Литорипсијата како принцип кој се користи во медицинската процедура за третман на камења во бубрезите. Пациентот се става во елипсоиден резервоар со вода така што заболениот бубрег се наоѓа во еден од фокусите. Високоенергетските ударни бранови генерирани во вториот фокус завршуваат во фокусот на заболениот бубрег при што го кршат каменот;

- Параболичните рефлекторски антени и параболичните термални електрани и

- Светлосното загадување е негативен производ на вештачкото осветлување. Расејувањето на светлината е конусно во зависност од меѓусебната положба на конусот и рамнината, добивајќи ги сите четири конусни пресеци.

## СПОРЕДБА НА ПЕРФОРМАНСИТЕ НА СИСТЕМИ ЗА МАСОВНО ОПСЛУЖУВАЊЕ ОД ТИПОТ $M / E_2 / 1$ И $M / \text{Hypo}_2 / 1$

---

*м-р Сџефан Мирчевски*<sup>1,2</sup>, *г-р Верица Бакева*<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Европски Универзитет, Факултет за информатика, Скопје

<sup>2</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Градежен факултет

<sup>3</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Факултет за информатички науки и компјутерско инженерство

e-mail: [stefan.mircevski@eurm.edu.mk](mailto:stefan.mircevski@eurm.edu.mk), [verica.bakeva@finki.ukim.mk](mailto:verica.bakeva@finki.ukim.mk)

Проблемите од секојдневието кои подразбираат формирање редици на чекање за извршување некаква услуга на клиентите се многу значајни и претставуваат предизвик за нивно математичко моделирање. Делот од веројатносните модели кој што се занимава со проучување на карактеристиките и перформансите на ваквите системи за масовно опслужување датира од многу одамна. Првите обиди да се формира математички модел се однесуваат на најелементарните системи за масовно опслужување со Поасонов влезен поток и експоненцијално распределено времетраење на опслужувањето на клиентите. Веднаш потоа стануваат актуелни моделите кои се формираат врз основа на произволна распределба на веројатност за времето на опслужување на клиентите, со цел моделот да може да опише многу повеќе и многу пореални ситуации од секојдневието.

Во овој труд се презентираат експлицитни облици на неколку сервисни мерки на два сродни система за масовно опслужување со еден канал (сервер) за опслужување и две фази на опслужување на клиентите. Едниот модел е со Ерлангово распределено времетраење на опслужувањето, а другиот со хипо-експоненцијално распределено времетраење на опслужувањето. Добиени се експериментални резултати за перформансите на овие два модела во стационарен режим за ист интензитет на доаѓање на клиентите низ Поасонов влезен поток, со соодветни промени во интензитетите на опслужување на клиентите и направена е споредба на перформансите на двата модела.



## ПОБЕДНИЧКА СТРАТЕГИЈА ВО ПОВЕЌЕДИМЕНЗИОНАЛНА ИКС-ТОЧКА

---

Христина Миџреска<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: mitreskahristina@gmail.com

Комбинаторни игри се игри што најчесто се играат наизменично помеѓу двајца играчи и немаат елементи што зависат од среќа (како на пример фрлање коцка или паричка). Една таква игра е добро познатата икс-точка. Стандардната икс-точка се игра на  $3 \times 3$  дводимензионална квадратна мрежа. Првиот играч бележи едно од полињата на мрежата со симболот X, односно вториот играч го пишува симболот O и притоа едно поле може да биде обележано од најмногу еден играч. Оној играч што прв ќе обележи 3 полиња од ист ред, колона или дијагонала со својот симбол е победник. Иако изгледа едноставна и лесно совладлива игра, во ова предавање ќе покажеме дека единствен начин да се победи е само доколку противникот направи „грешка“. Вистинскиот предизвик е да се игра икс-точка на квадратна мрежа со поголема должина, па дури и во повеќе димензии. Ќе разгледаме дали (и како) некој од играчите има победничка стратегија во икс-точка во општ случај, на  $n \times n$  дводимензионална мрежа, а потоа и во повеќедимензионалните случаи, конкретно  $3 \times 3 \times 3$ .

## ДИНАМИЧЕН ПРОЦЕС НА ГРАФ – СТРЕЛБА СО ЖЕТОНИ

---

*м-р Гордана Николовска*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Меѓународни училишта НОВА, Скопје*

e-mail: gordana.nikolovska.93@gmail.com

Играта на стрелба со жетони е динамичен процес поставен на граф, во кој темињата имаат вредности изразени со број на жетони и под одредени услови можат да „стрелаат“ дел од своите жетони кон соседните темиња. Пренесувањето на жетоните се извршува во една итерација за сите темиња кои „се подготвени да стрелаат“ жетони. Доколку ни едно теме од графот не е „подготвено да стрела“ жетони, тогаш велиме дека конфигурацијата е стабилна.

Овој модел како поле на интерес од комбинаторика и теорија на графови се појавил во 80-тите години и оттогаш е истражуван од различни области со кои се поврзува – теорија на групи, теориска физика, механика.

Во оваа презентација ќе бидат воведени правилата на оваа игра (динамичен модел), ќе бидат разгледани условите за постигнување на стабилна конфигурација и факторите кои влијаат на тоа. Исто така, ќе бидат дадени примери за примена на моделот на стрелба со жетони во различни видови на мрежи и какво е значењето на стабилната конфигурација во овие примери.

## ОПТИМИЗАЦИЈА НА ФУНКЦИИ ОД ЕДНА ПРОМЕНЛИВА СО МЕТОД НА ЗЛАТЕН ПРЕСЕК

Филип Николовски<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Машински факултет

e-mail: filip.nikolovski@mf.edu.mk, filipnikolovski@gmail.com

Во трудот се изложува метод за оптимизација на функции од една променлива познат како *метод на златен пресек*. Опишаниот метод е едноставен за конструкција и за имплементација и не претпоставува диференцијабилност на функцијата на цел. Ова својство го прави методот интересен и применлив во пракса, самостојно или како дел од други, посложени методи. Дадена е оценка на брзината на конвергенција во смисла на потребен број на итерации за постигнување однапред зададена точност на решението. Покрај ова, се дискутира и оптималноста на методот измерена преку бројот на пресметки на вредноста на функцијата на цел во однос на класа слични методи. Оваа оптималност е илустрирана преку директна споредба со методот на рамномерно делење.

## СИМПСОНОВИОТ ПАРАДОКС И НЕГОВОТО ЗНАЧЕЊЕ

---

Оѓнен Пендаровски<sup>1</sup>, д-р Кајџерина Хаџи-Велкова Санева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Факултетот за електротехника и информациски технологии

e-mail: [khie122021@feit.ukim.edu.mk](mailto:khie122021@feit.ukim.edu.mk), [saneva@feit.ukim.edu.mk](mailto:saneva@feit.ukim.edu.mk)

Во овој труд се разгледува Симпсоновиот парадокс, феномен кој има импликации во разни домени, особено во општествените науки, клиничките истражувања и општо, во ситуации кога се носат одлуки врз основа на податоци.

Како основа, се објаснува концептот на каузална инференција преку контрафактички модел, прво во бинарен, па потоа и во општ случај. Опишана е математичката теорија зад парадоксот, како и историјата на неговото откривање и понатамошно проучување.

Понатаму, се става фокус на анализа на појави на Симпсоновиот парадокс во веќе постоечки статистички анализи, како што е познатиот случај на контроверзниот прием на студенти на Универзитетот во Калифорнија, Беркли, во 1973 година, каде што биле примени 44% проценти од машките, но само 35% од женските апликанти, при што по разделување на податоците по различни оддели, најдена е мала, но статистички значајна предност кај кандидатите од женскиот пол. Се разгледува и практичен пример од гласањето во Претставничкиот дом на САД за Законот за граѓански права во 1964 година, каде што поголем процент од демократите во северот и во југот гласале за законот, но гледано како целина, помал процент од демократите гласале за законот отколку републиканци. Споменати се и неколку клинички истражувања, вклучувајќи еден резултат во кој се јавува парадоксот при споредба на стапките на смртност од КОВИД-19 меѓу Кина и Италија.

На крај разгледана е критиката која вели дека не станува збор за висински парадокс, туку за невнимателност при работење со збунувачките променливи, по што се извлекуваат пошироки заклучоци околу предизвиците при толкување на односите меѓу податоците во реалниот свет.

Никола Ристиќевски<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје  
Филозофски факултет, Институт за филозофија

Во овој труд ќе се обидам да ја претставам дисциплината филозофија на математиката. Филозофијата и математиката имаат тесна и испреплетена врска што датира од самите почетоци на филозофијата. Историјата на филозофијата, пак, укажува на тоа дека напредокот и развојот на математиката довеле до можноста математиката филозофски да се иследува, а со тоа да се формира една нова гранка во филозофијата – филозофијата на математиката.

Оваа релативно нова филозофска дисциплина започнала да се формира и развива паралелно со таканаречениот период на современата формална логика, започнувајќи со Фреге, кој ги иницирал појдовните идеи за создавање на поимно писмо. На Фреге се надоврзале и другите претставници на логицизмот како Расел, Вајтхед и Хилберт. Спротивно на нивните филозофски стојалишта се јавува и интуиционизмот, понова филозофска школа, заснована на истражувањата на холандскиот филозоф и математичар Брауер, а дискусиите за тоа дали математичките ентитети реално постојат или се имагинарни апстракции на умот и денес се водат.

Одредени математички хипотези и денес не може ниту да се докажат, ниту да се побијат во формалните математички системи, како што појаснува и Гедел, а тоа претставува основа, математиката како дисциплина да овозможи и аргументирање во однос на нивното прифаќање или одбивање. На кусо ова се дел од прашањата што ќе бидат начнати во овој краток уводник во оваа понова филозофска дисциплина, што буди сомнеж во вистинитоста на математиката и копнеж за продлабочени истражувања.

## ШЕМИ И ИГРИ ЗА ПОДЕЛБА НА ТАЈНА

---

д-р Невена Серафимова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Гоце Делчев“, Штип

Воена академија „Михало Апостолски“, Скопје

e-mail: nevena.serafimova@gmail.com

Поделбата на тајна опфаќа методи за распределба на некоја тајна помеѓу членови на одредена група (коалиција), така што секој од нив поседува еден нејзин дел. Тајната може да се реконструира само ако доволен број на делови, кои можат да бидат од различен тип, се комбинираат заедно. Притоа, секој од индивидуалните делови нема изолирана употребна вредност. Шемите за поделба на тајна се идеални за чување на информации кои се исклучително сензитивни и важни, како на пример клучеви за шифрирање, кодови за лансирање проектили или банкарски сметки. Делењето на тајна овозможува достигнување на произволно високи нивоа на доверливост и сигурност. Ги разгледуваме двете најпознати шеми за поделба на тајна (Шамир 1979, Блејкли 1979), и презентираме нивна специфична примена во игрите „фрлање на паричка преку телефон“ и „покер преку телефон“.

## ХИЕРАРХИСКО КЛАСТЕРИРАЊЕ И НЕГОВА ПРИМЕНА ВО ИСТРАЖУВАЊЕ ЗА ЗАИНТЕРЕСИРАНОСТА НА СРЕДНОШКОЛЦИТЕ ЗА НАУКАТА

---

Моника Симова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: [monisimova007@gmail.com](mailto:monisimova007@gmail.com)

Во ова истражување за заинтересираноста на средношколците за науката, при обработката на податоците применет е алгоритам за кластерирање на податоци собрани од 126 ученици од средно училиште кои одговорија на анонимна анкета составена од 24 прашања. Со оглед на тоа што собраните податоци се категориски, го применивме методот на хиерархиско кластерирање.

Хиерархиското кластерирање е групирање на статистичките податоци во групи соред нивните сличности и разлики. За таа цел се користат различни растојанија. Во нашето истражување го користиме Хаминговото растојание и алгоритмот на агломеративен пристап, кој ни овозможува да одлучиме кое ниво на кластерирање е најсоодветно за истражувањето.

Целта на ова истражување е да се идентификуваат кластери, множество на објекти кои се групирани на таков начин што објектите кои се во ист кластер се послични меѓусебе во однос на оние објекти во другите кластери на ученици кои се заинтересирани за иста област во науката.

Со применување на овој статистички метод, доаѓаме до заклучок дека најрелевантни кластери се добиени според прашањето за омилениот предмет на учениците со кое може да се предодреди нивниот избор на професија.

## ЕВОЛУЦИЈА НА РАЗБИРАЊЕТО НА КОНЦЕПТОТ ЗА БЕСКОНЕЧНОСТ

---

Ана Софрониевска<sup>1</sup>, Даниела Стојческа<sup>1</sup>, д-р Кајшерина Хаџи-Велкова Санева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Факултет за електротехника и информациски технологии

e-mail: [anasofronievska14@gmail.com](mailto:anasofronievska14@gmail.com), [stojceskadaniela22@gmail.com](mailto:stojceskadaniela22@gmail.com),  
[saneva@feit.ukim.edu.mk](mailto:saneva@feit.ukim.edu.mk)

Концептот за бесконечност ги пленел човечките умови со векови. Тоа довело до длабоки филозофски дебати и интересни математички истражувања и откритија. Овој труд го истражува интригантниот свет на парадоксите и илузиите поттикнати од бесконечноста.

Најпрво ги опишуваме историските перспективи кои го обликувале нашето разбирање на бесконечноста, од античките мислителите до современите математичари. Потоа ја разоткриваме комплексноста на споредувањето на големината на различни бесконечни множества, преку воведување на концептот на алеф броеви. Го презентираме парадоксот на бесконечниот Хилбертов хотел и ги анализираме импликациите од сместувањето на бесконечен број нови гости во веќе полн хотел, согледувајќи ги последиците од операциите со бесконечни множества.

Илузијата на бесконечноста во светот околу нас ја илустрираме преку најголемиот речник во светот - хипервџбстерот, најголемата имагинарна библиотека во Вавилон и бесконечно сложените фрактали, кои ги заматуваат границите меѓу бесконечното и конечното.

Анализирајќи ги парадоксите за бесконечноста, добиваме увид во границите на човечкото разбирање и природата на реалноста, прашувајќи се дали нашите конечни умови некогаш ќе ја сфатат бесконечноста.



## СВЕТОТ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАГАТКИ

---

д-р Ирена Стојковска<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Природно-математички факултет, Институт за математика

e-mail: [irenatra@pmf.ukim.mk](mailto:irenatra@pmf.ukim.mk), [irena.stojkovska@gmail.com](mailto:irena.stojkovska@gmail.com)

Математичките загатки се составен дел од математиката за рекреација, односно забава, тие се засноваат на логичко расудување, а за најголемиот дел од нив потребни се само основни математички познавања. Затоа, математичките загатки привлекуваат широк спектар на решавачи, професионални, но и непрофесионални математичари.

Нешто што можеби е помалку познато е дека математиката за забава и математичките загатки се повеќе од игра, која е забавна да се игра. Тие најчесто во себе кријат длабоки идеи и законитости кои претставуваат предизвик за математичарите да ги откријат. Затоа, математичките загатки се едни од најстарите и постојано актуелни математички теми за истражување.

Во овој труд ќе биде направен осврт на некои од најпознатите математички загатки во историјата на математиката и теориите произлезени од нив во области како теорија на графови, геометрија, оптимизација, комбинаторика, теорија на броеви и други. Ќе се задржиме на некои од современите загатки и резултатите произлезени од истражувањата испирирани од нив.

## ВРСКА ПОМЕЃУ ДАЈСОНОВОТО ОБОПШТУВАЊЕ И ДИКСОНОВИОТ ИДЕНТИТЕТ

---

Катерина Трајковска<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ОУ „Св.Климент Охридски“ - Битола

e-mail: trajkovska\_katerina@yahoo.com

Дајсоновото обопштување е обопштување за константните членови на Лореновиот полином. За ненегативни цели броеви  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , Фриман Дајсон го дефинирал производот  $D_n(x, a) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} \left(1 - \frac{x_i}{x_j}\right)^{a_i}$  чии константни членови

ги означил како  $CT_x D_n(x, a) = \frac{(a_0 + a_1 + \dots + a_n)!}{a_0! a_1! \dots a_n!}$ .

Диксоновиот идентитет (или Диксонова теорема или Диксонова формула)  $\sum_{k=-a}^a (-1)^k \binom{a+b}{a+k} \binom{b+c}{b+k} \binom{a+c}{c+k} = \frac{(a+b+c)!}{a! b! c!}$ , каде што  $a, b, c$  се ненегативни цели броеви, е еден од неколкуте различни идентитети докажани од А. Ц. Диксон, од кои некои се пресметуваат со помош на хипергеометриска сума, а некои користат конечни суми од производи на три биномни коефициенти.

Случајот  $n=3$ , во Дајсоновото обопштување е изведен од идентитетот на Диксон. Во ова предавање, ќе дадеме доказ на Диксоновиот идентитет со примена на Дајсоновото обопштување и биномната формула.

**ПРЕДИКЦИЈА НА УРАГАНИ ПРЕКУ НОВ НАЧИН НА АНАЛИЗА  
НА ТРАЕКТОРИЈАТА И СИМУЛАЦИЈА СО ПОДАТОЦИ  
ВО РЕАЛНО ВРЕМЕ СО PYTHON**

---

*м-р Дафина Шекутковска*

e-mail: shekutkovska.dafina@gmail.com

Оваа студија воведува нов модел за предикција на урагани, кој заедно со искористување на податоци во реално време, и нивна обработка во Python, ја анализира нивната траекторија. Новата техника ја симулира траекторијата на ураганите со точност во реално време.

